

## MATEMATIKA VERSENYFELADATOK

Zalaegerszeg, 2016. október 21.

1. Jelölje  $a, b, c$  egy háromszög oldalainak a hosszát. Bizonyítsa be, hogy

$$\sqrt{a+b-c} + \sqrt{b+c-a} + \sqrt{c+a-b} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}.$$

(22 pont)

2. Oldja meg a

$$16x^2y^2 + 16x^2 + y^2 - 16xy + 1 = 0$$

egyenletet a valós számok halmazán!

(24 pont)

3. Az  $ABC$  egyenlőszárú háromszögben  $AC = BC$ . Jelöljük a háromszög beírt körének a középpontját  $K$ -val, köré írt körének középpontját  $O$ -val. Legyen  $D$  a  $BC$  oldal olyan pontja, amelyre igaz, hogy  $DO$  és  $KB$  merőleges egyenesek. Bizonyítsa be, hogy  $AC$  és  $KD$  párhuzamosak!

(27 pont)

4. Bizonyítsa be, hogy bármely  $a, b, c$  valós számra érvényes, hogy

$$a^4 + b^4 + c^4 \geq abc(a + b + c).$$

Mikor áll fenn az egyenlőség?

(27 pont)