

Izsák Imre Gyula komplex természettudományi verseny – 2014

MATEMATIKA VERSENYFELADATOK

Zalaegerszeg, 2014. október 17.

1. Oldja meg a

$$2\sqrt{2x+8} = x^2 - 8$$

egyenletet a valós számok halmazán!

(20 pont)

2. Az  $x, y, z, v$  valós számokra teljesül, hogy

$$x+y+z+v = 0 \quad \text{és} \quad x^2+y^2+z^2+v^2 = 1.$$

Bizonyítsa be, hogy

$$-1 \leq xy + yz + zv + vx \leq 0$$

(24 pont)

3. Legyen az  $ABC$  háromszög beírt, ill. köréírt körének középpontja  $Q$ , ill.  $O$ :

Bizonyítsa be, hogy ha  $\sin \beta + \sin \gamma = 2 \sin \alpha$ , akkor az  $AQO$  szög derékszög.

(28 pont)

4. Bizonyítsa be, hogy négy egymás után következő pozitív egész szám szorzata nem lehet egyenlő egy egész szám harmadik hatványával.

(28 pont)