

Izsák Imre Gyula komplex természettudományi verseny – 2007

Matematika feladatsor

1. Egy tanulókból álló csoport tagjai közül néhányan ismerik egymást. A közös ismerőssel rendelkezőknek különböző számú ismerősük van. Bizonyítsa be, hogy van olyan tanuló, akinek 1 ismerőse van!
(20 pont)
2. Adott a síkon 2007 pont és egy egységnyi sugarú körvonal. Bizonyítsa be, hogy található a körvonalon olyan pont, amelytől az adott pontokig mért távolságok összege legalább 2007 egység.
(25 pont)
3. Bizonyítsa be, hogy minden pozitív egész n -re $(2 + \sqrt{3})^n$ egészrésze páratlan szám!
(25 pont)
4. Melyik az a legkisebb a természetes szám, amelyhez megadható olyan b és c egész, melyekre az $ax^2 + bx + c = 0$ egyenletnek két valós gyöke van a $(0; 1)$ intervallumban?
(30 pont)